

Netzwerke mit aktiven Bauelementen

→ Aktive Bauelemente

Spannungsquellen: Quellenspannung U_q

ideale Spannungsquelle U_q unabhängig von I

Beispiele: Galvanische Elemente

- Bleiakku 2 V
- Zink/Kohle Batterie 1,5 V
- Ni/Cd Akku 1,2 V
- Brennstoffzelle

Thermische "Stromquellen"

- Kontakt-Potential
- Thermoelement
- Thermostrom

Induktion

E. Riedle

Physik ^{LMU}

Stromquellen

1. Trennung von Ladungen, i.e. elektrische Energie aus mechanischer Energie, chemischer Energie, Licht (Solarzelle),
2. Potentialdifferenz
3. elektrische Leitung führt zu Strom

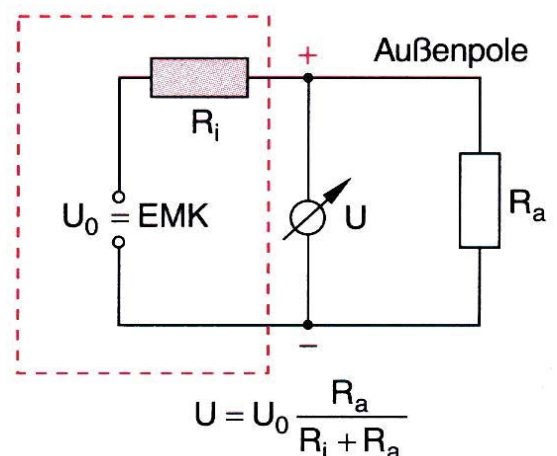
Ideale Stromquelle: Stromstärke unabhängig von Spannungsabfall

Ideale Spannungsquelle: Spannung unabhängig von Strom

Innenwiderstand R_i :

Klemmenspannung U sinkt bei Belastung mit Außenwiderstand R_a vom unbelasteten Wert $U_0 = \text{EMK}$ (Elektromotorische Kraft) auf

$$U = U_0 - I \cdot R_i = U_0 \cdot \left(1 - \frac{R_i}{R_i + R_a} \right) = U_0 \frac{R_a}{R_i + R_a}$$

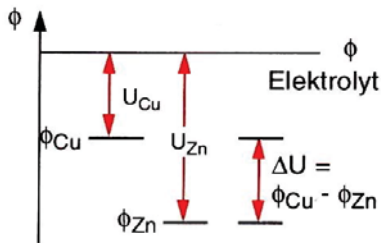
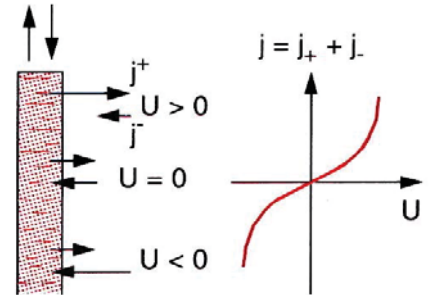
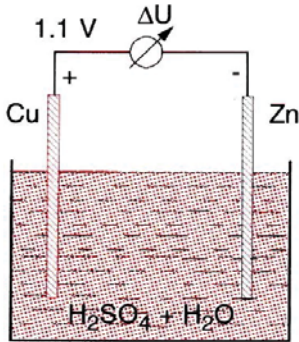
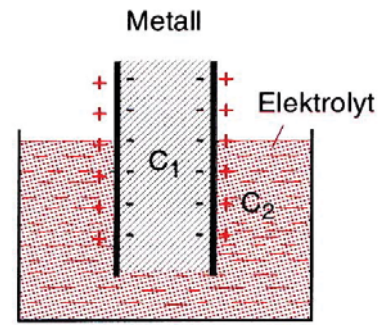


Galvanische Elemente Konzentrationsgefälle der Metallionen ($c_1 > c_2$) zwischen Metallelektrode und umgebender Elektrolytflüssigkeit versucht sich durch Diffusion auszugleichen.

Bindungsenergien: $|e \cdot \phi_1| > |e \cdot \phi_2|$

→ Aufbau von Raumladungsschicht

→ $U = \Delta\phi$ Gleichgewicht: $\frac{c_1}{c_2} = e^{-eU/kT}$



- $U_{\text{außen}} > 0 \rightarrow$ Auflösung der Elektrode
- $U_{\text{außen}} < 0 \rightarrow$ Abscheidung
- 2 Elektroden $\rightarrow \Delta U = \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$
- \rightarrow **Galvanisches Element**

E. Riedle LMU Physik

Spannungsreihe

Elektrode	U / V
Li	- 3,02
K	- 2,92
Na	- 2,71
Zn	- 0,76
Fe	- 0,44
Cd	- 0,40
Ni	- 0,25
Pb	- 0,126
H ₂	0
Cu	+ 0,35
Ag	+ 0,8
Au	+ 1,5

Zink / Kohle (Braunstein) – Batterie

Ni / Cd – Akku

Na / S - Zelle (flüssig)

etc.

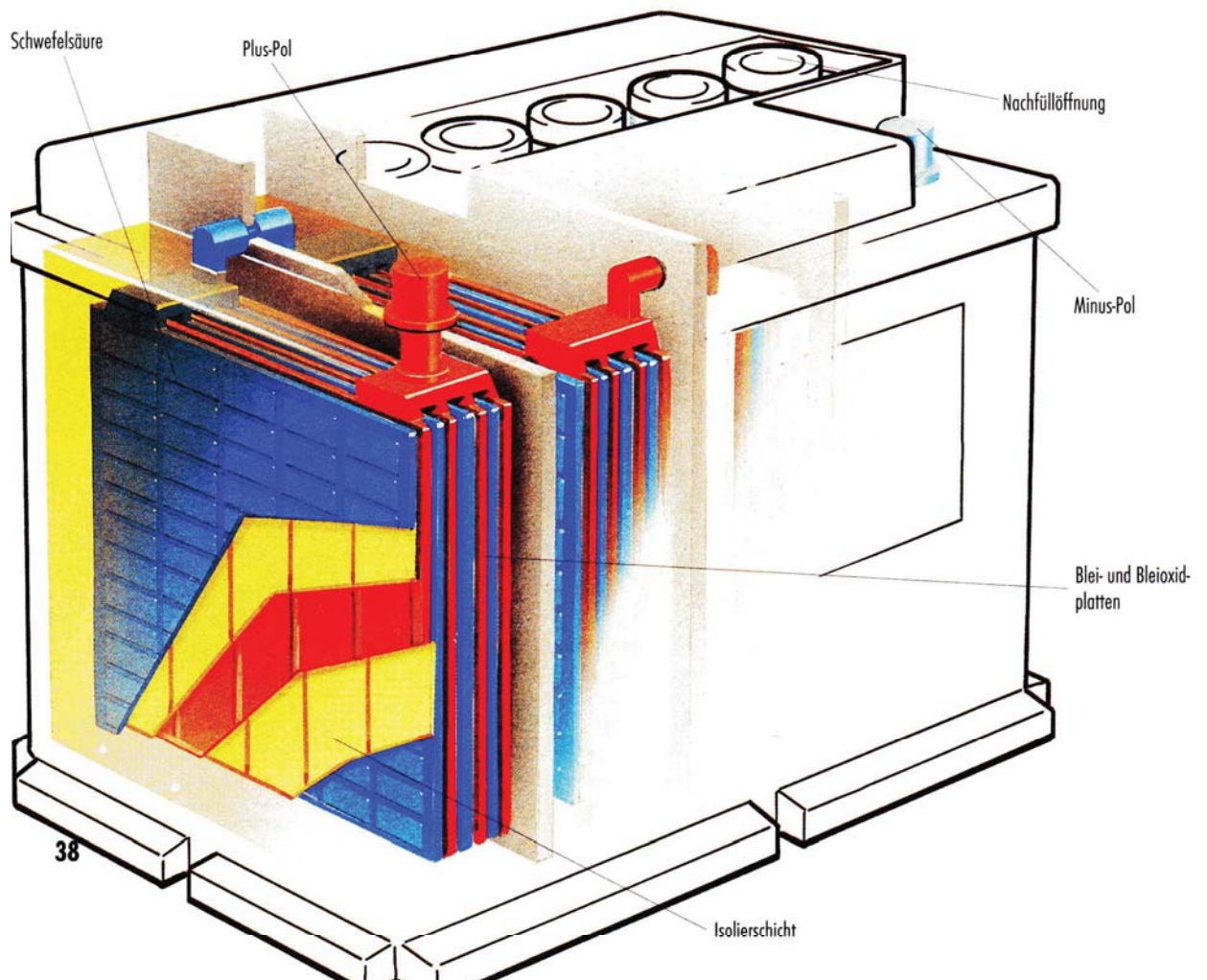
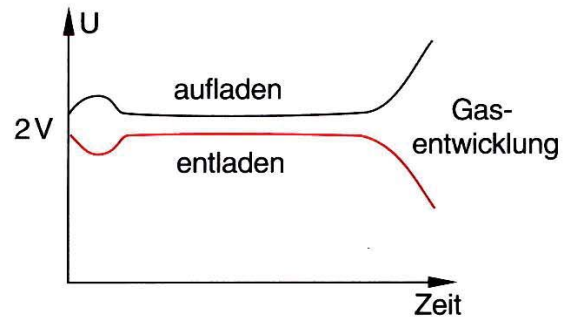
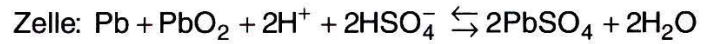
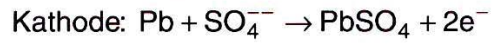
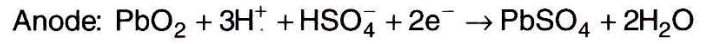
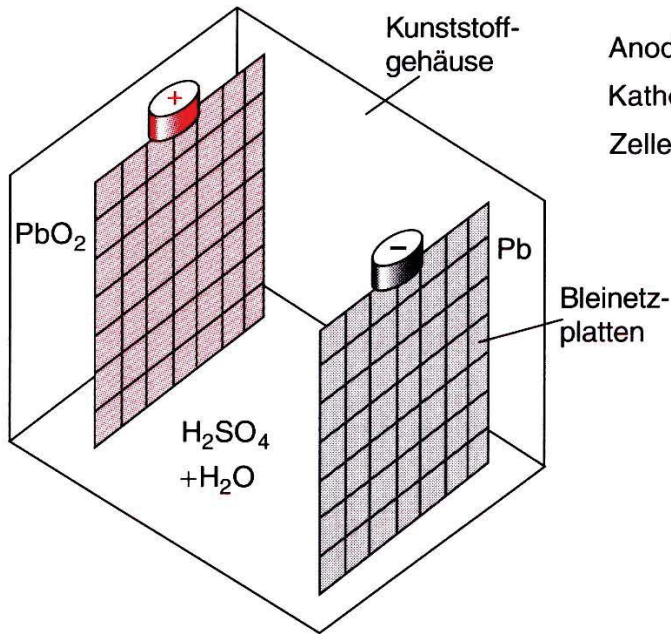
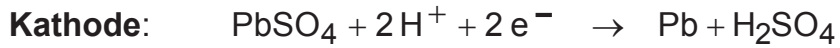
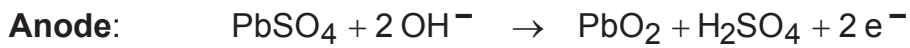
Akkumulatoren:

aufladbare galvanische Elemente



Bleiakkumulator (ca. 2 V):

Pb-Platten bilden PbSO₄-Schicht; Aufladung:



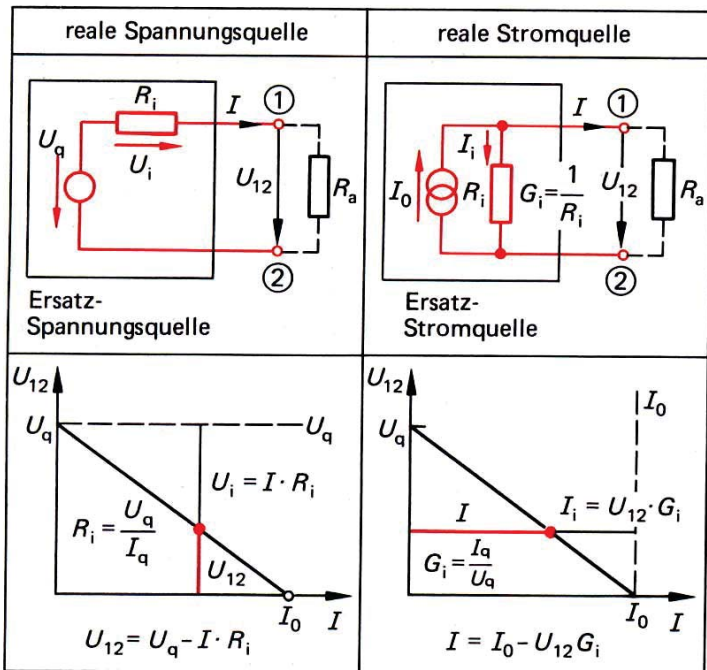


Bild 1-26. Schaltung und Kennlinie der realen Spannungsquelle und Stromquelle.

Bei einer realen Stromquelle fließt ein Teil des Stroms durch einen "Innenwiderstand", der parallel zu den Klemmen liegt.

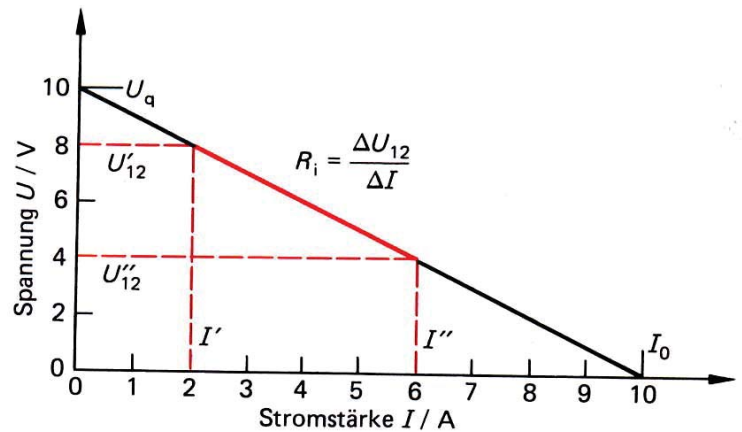


Bild 1-27. Kennlinie einer realen Spannungsquelle nach Beispiel 1.5-1.

Eine reale Spannungsquelle und eine reale Stromquelle können nicht unterschieden werden!

Zweipole: elektrische Netzwerke mit 2 Anschlußklemmen

- vollständig charakterisiert durch Strom-Spannungs-Charakteristik

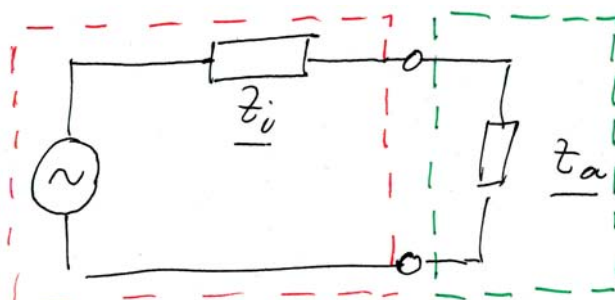
Aktive Zweipole: Spannungs- und Stromquellen, auch Wechselquellen

Passive Zweipole: (komplexe) Widerstände und Netzwerke

lineare / nichtlineare Zweipole

Äquivalente Zweipole: gleiche Strom-Spannungs-Charakteristik

Leistungsanpassung (maximale Wirkleistung):

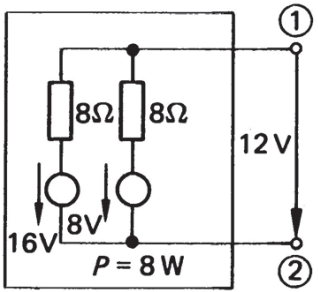
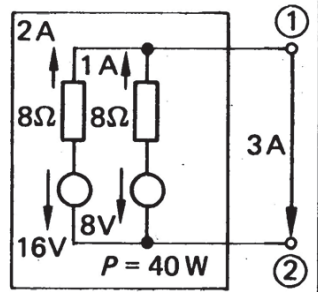
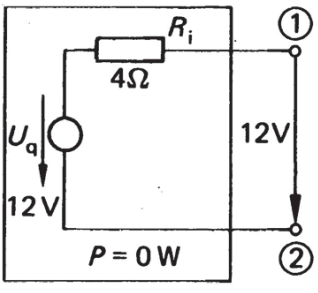
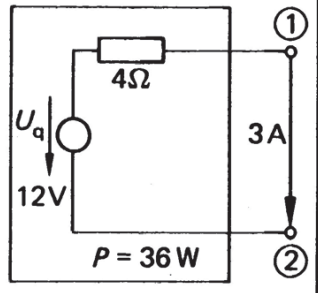
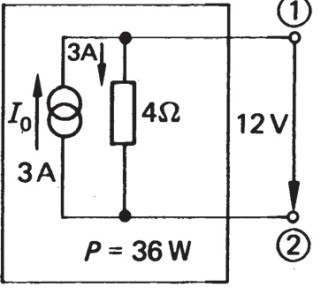
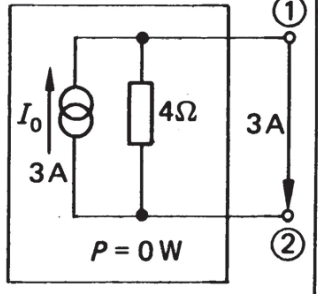


aktiver Zweipol

passiver Zweipol

$$R_i + jX_i = Z_i = Z_a^* = R_a - jX_a$$

Äquivalente
aktive
Zweipole
und ihre
Leistung

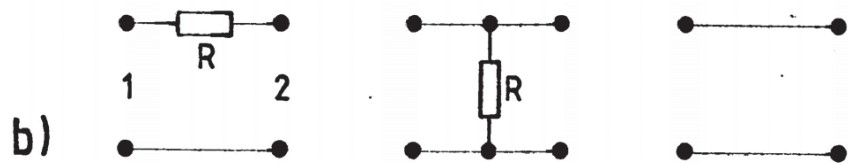
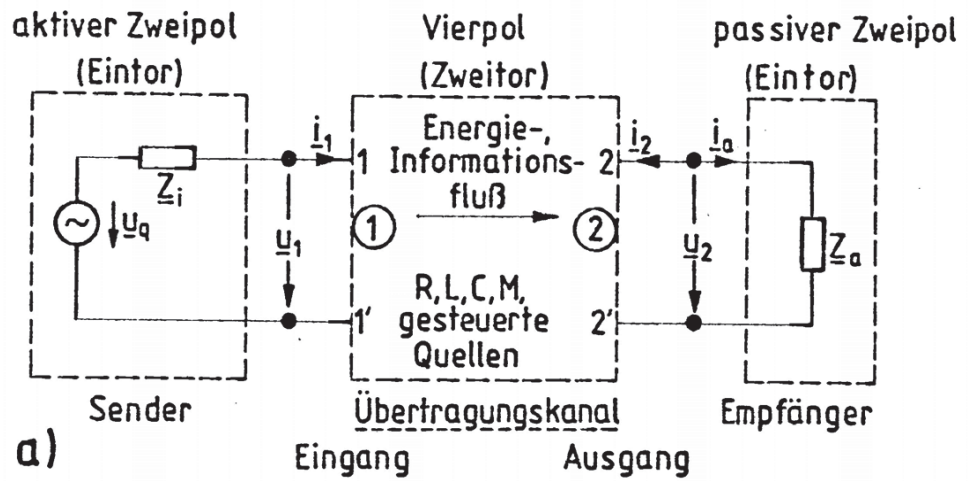
	Leerlauf ($I = 0$)	Kurzschluß ($U_{12} = 0$)
reale Schaltung		
Ersatz- Spannungs- quelle		
Ersatz- Strom- quelle		

Vierpole (Zweitore) - eine formale Beschreibung der Wirkung von "Modulen"



- Filter- oder Siebwirkung
- Anpassung auf Verbraucher (Trafo, Netzteil)
- Verstärker
- Leitung

lineare Vierpole als Vereinfachung (lokal, "für die Didaktik")



Elektrisches Übertragungssystem bestehend aus aktivem Zweipol, Übertragungsvierpol und passivem Zweipol

a) Anordnung

b) einfache Beispiele des Übertragungsvierpols

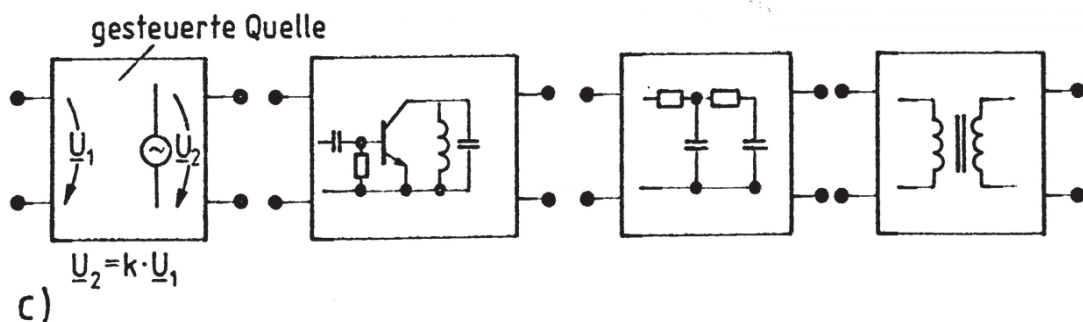
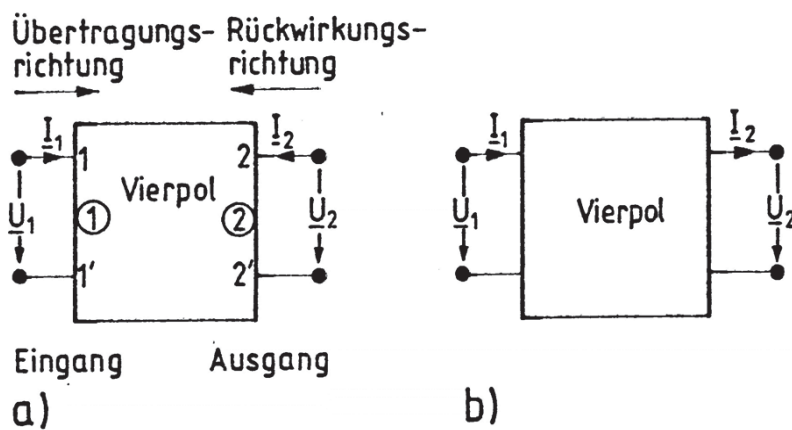


Bild 4.6.2 Vierpolbegriff

a) allgemeiner Vierpol, symmetrisches Zählfeilsystem

b) unsymmetrisches Zählfeilsystem

c) Beispiele von Vierpolschaltungen und -bauelementen

Vierpolgleichungen

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \underline{I}_2$$

Impedanzform

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = [\underline{Z}] \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Impedanzmatrix $[\underline{Z}]$

6 Möglichkeiten:

$$\begin{matrix} \underline{U}_1 & \underline{U}_1 & \underline{U}_1 & \underline{U}_2 & \underline{U}_2 & \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 & \underline{I}_1 & \underline{I}_2 & \underline{I}_1 & \underline{I}_2 & \underline{I}_2 \end{matrix}$$

je zwei Werte müssen bekannt sein, um die restlichen Wert zu bestimmen !

Leitwertform $\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = [\underline{Y}] \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$

Hybridform $\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = [\underline{H}] \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$

Kettenform $\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = [\underline{A}] \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix}$

E. Riedle

Physik^{LMU}

Vierpolumrechnung:

Bestimmung gesuchter Parameter, die nicht gemessen oder einfach berechnet werden können, jedoch benötigt werden.

Bestimmung der Vierpolparameter:

- Messung Leerlauf $\underline{I} = 0$
- Berechnung bei definierten Bedingungen Kurzschluß $\underline{U} = 0$

Umkehrbarer Vierpol:

Gilt für passive Bauelemente $\rightarrow \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$ etc.

Symmetrie: $\rightarrow \underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$

Unilaterale Vierpole \rightarrow gesteuerte Quellen

E. Riedle

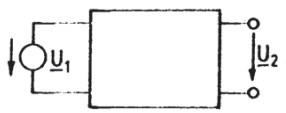
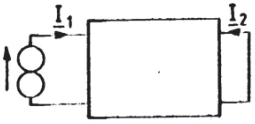
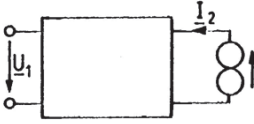

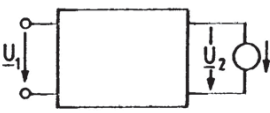
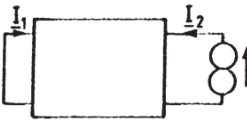
Physik^{LMU}

Tafel 4.6.1 Umrechnung von Vierpolparametern (symmetrische Zählpfeile)

Gegeben →	$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$	$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2$	$U_1 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2$	$U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}(-I_2)$
Gesucht ↓	$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$	$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$	$I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2$	$I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}(-I_2)$
	$\det Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$	$\det Y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$	$\det H = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}$	$\det A = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}$
	Z	Y	H	A
Z	Z_{11} Z_{12}	$\frac{Y_{22}}{\det Y}$ $-\frac{Y_{12}}{\det Y}$	$\frac{\det H}{H_{22}}$ $\frac{H_{12}}{H_{22}}$	$\frac{A_{11}}{A_{21}}$ $\frac{\det A}{A_{21}}$
	Z_{21} Z_{22}	$-\frac{Y_{21}}{\det Y}$ $+\frac{Y_{11}}{\det Y}$	$-\frac{H_{21}}{H_{22}}$ $\frac{1}{H_{22}}$	$\frac{1}{A_{21}}$ $\frac{A_{22}}{A_{21}}$
Y	$\frac{Z_{22}}{\det Z}$ $-\frac{Z_{12}}{\det Z}$	Y_{11} Y_{12}	$\frac{1}{H_{11}}$ $-\frac{H_{12}}{H_{11}}$	$\frac{A_{22}}{A_{12}}$ $-\frac{\det A}{A_{12}}$
	$-\frac{Z_{21}}{\det Z}$ $\frac{Z_{11}}{\det Z}$	Y_{21} Y_{22}	$\frac{H_{21}}{H_{11}}$ $\frac{\det H_{11}}{H_{12}}$	$-\frac{1}{A_{12}}$ $\frac{A_{11}}{A_{12}}$
H	$\frac{\det Z}{Z_{22}}$ $\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$ $-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	H_{11} H_{12}	$\frac{A_{12}}{A_{22}}$ $\frac{\det A}{A_{22}}$
	$-\frac{Z_{21}}{Z_{22}}$ $\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$ $\frac{\det Y}{Y_{11}}$	H_{21} H_{22}	$-\frac{1}{A_{22}}$ $\frac{A_{21}}{A_{22}}$
A	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$ $\frac{\det Z}{Z_{21}}$	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}}$ $-\frac{1}{Y_{21}}$	$-\frac{\det H}{H_{21}}$ $-\frac{H_{11}}{H_{21}}$	A_{11} A_{12}
	$\frac{1}{Z_{21}}$ $\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$-\frac{\det Y}{Y_{21}}$ $-\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$	$-\frac{H_{22}}{H_{21}}$ $-\frac{1}{H_{21}}$	A_{21} A_{22}

Tafel 4.6.2 Definition wichtiger Vierpolparameter einschließlich der Meßschaltungen

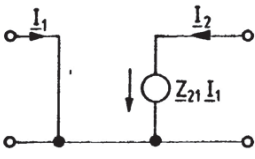
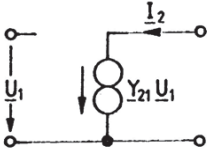
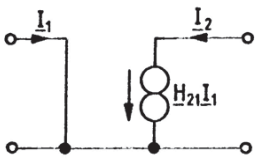
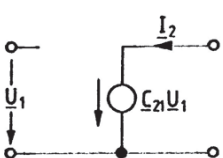
<p>Eingangsl Leerlaufwiderstand</p> $Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right _{I_2=0}$		<p>Eingangskurzschlußleitwert</p> $Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right _{U_2=0}$ $= \frac{1}{H_{11}}$	
<p>Ausgangsl Leerlaufwiderstand</p> $Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right _{I_1=0}$ $= \frac{1}{H_{22}}$		<p>Ausgangskurzschlußleitwert</p> $Y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right _{U_1=0}$	
<p>Leerlaufübertragungswiderstand</p> $Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right _{I_2=0}$		<p>Kurzschlußübertragungsleitwert</p> $Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right _{U_2=0}$	

<p>Leerlaufspannungsübertragung</p> $\frac{1}{A_{11}} = \frac{U_2}{U_1} \Big _{I_2=0}$ 	<p>Kurzschlußstromübertragung</p> $\underline{H}_{21} = \frac{I_2}{I_1} \Big _{U_2=0}$ $= -\frac{1}{A_{22}}$ 
<p>Leerlaufrückwirkungswiderstand</p> $\underline{Z}_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big _{U_1=0}$ 	<p>Kurzschlußrückwirkungsleitwert</p> $\underline{Y}_{12} = \frac{I_1}{U_2} \Big _{U_1=0}$ 
<p>Leerlaufspannungsrückwirkung</p> $\underline{H}_{12} = \frac{U_1}{U_2} \Big _{I_1=0}$ 	<p>Kurzschlußstromrückwirkung</p> $\frac{\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{22}} = \frac{I_1}{I_2} \Big _{U_1=0}$ 

Gesteuerte Quellen

Vierpolersatzschaltungen

Kettenmatrizen

		A-Matrix	Bemerkungen
a) Stromgesteuerte Spannungsquelle IUQ		$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{A}_{21} & 0 \end{bmatrix}$ $\underline{A}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_{21}}$	$\underline{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{Z}_{21} & 0 \end{bmatrix}$ <p>(\underline{Y} existiert nicht)</p>
b) Spannungsgesteuerte Stromquelle UIQ		$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & \underline{A}_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\underline{A}_{12} = -\frac{1}{\underline{Y}_{21}}$	$\underline{Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{Y}_{21} & 0 \end{bmatrix}$ <p>(\underline{Z} existiert nicht)</p>
c) Stromgesteuerte Stromquelle IIQ		$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \underline{A}_{22} \end{bmatrix}$ $\underline{A}_{22} = \frac{-1}{\underline{H}_{21}}$	$\underline{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{H}_{21} & 0 \end{bmatrix}$ <p>(\underline{Z} und \underline{Y} existieren nicht)</p>
d) Spannungsgesteuerte Spannungsquelle UUQ		$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\underline{A}_{11} = \frac{1}{\underline{C}_{21}}$	$\underline{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{C}_{21} & 0 \end{bmatrix}$ <p>(\underline{Z} und \underline{Y} existieren nicht)</p>

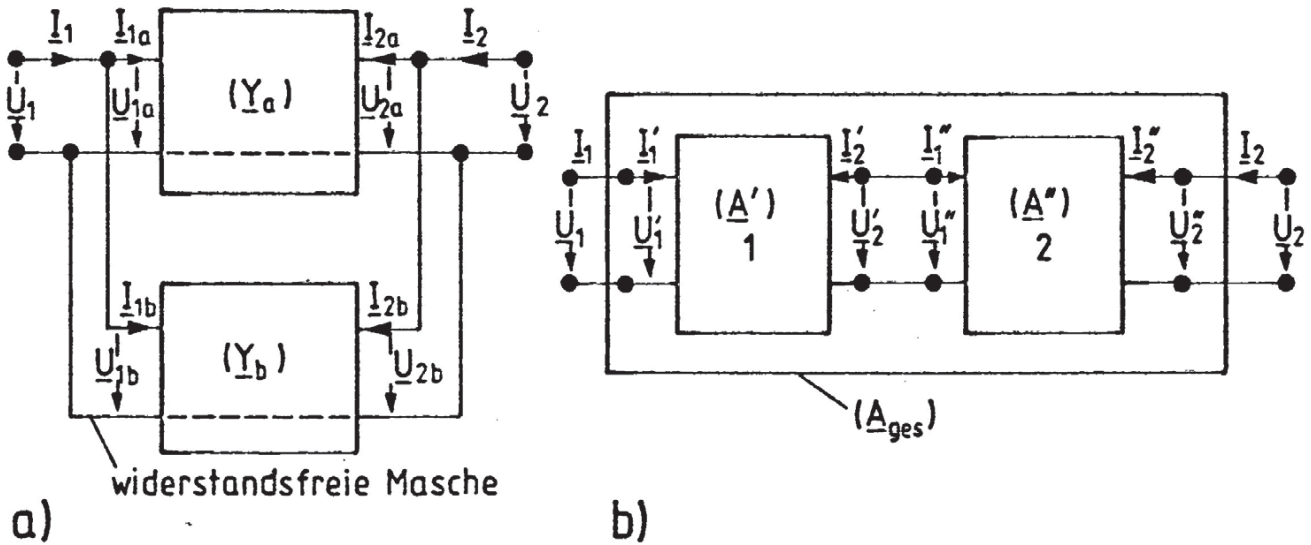


Bild 4.6.8 Vierpolzusammenschaltung
a) Parallel-Parallelschaltung, b) Kettenschaltung

Vierpolzusammenschaltungen (siehe Folie)

Parallel-Parallel-Schaltung:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{1b} \qquad \underline{I}_2 = \underline{I}_{2a} + \underline{I}_{2b}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{1a} = \underline{U}_{1b} \qquad \underline{U}_2 = \underline{U}_{2a} = \underline{U}_{2b}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \underline{U}_2 \qquad \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \underline{U}_2 \qquad \text{für a und b analog}$$

$$\Rightarrow \underline{Y}_{ij} = \underline{Y}_{ija} + \underline{Y}_{ijb} \qquad \Rightarrow [\underline{Y}] = [\underline{Y}_a] + [\underline{Y}_b]$$

Kettenschaltung:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{U}'_1 \\ \underline{I}'_1 \end{pmatrix} = [\underline{A}'] \begin{pmatrix} \underline{U}'_2 \\ -\underline{I}'_2 \end{pmatrix} = [\underline{A}'] \begin{pmatrix} \underline{U}''_1 \\ \underline{I}''_1 \end{pmatrix} = [\underline{A}'] [\underline{A}''] \begin{pmatrix} \underline{U}''_2 \\ -\underline{I}''_2 \end{pmatrix} = [\underline{A}'] [\underline{A}''] \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow [\underline{A}_{ges}] = [\underline{A}'] [\underline{A}'']$$